

# Das Weltpendel – Ein Remotely Controlled Laboratory (RCL) zur Messung der Breitengradabhängigkeit der Erdbeschleunigung

S. Gröber, M. Vetter, B. Eckert, H.-J. Jodl  
FB Physik, TU Kaiserslautern

## 1 Einführung

Im Jahre 1671 reiste der Astronom Jean Richer (1630 – 1696) von Paris nach Cayenne in Französisch-Guyana an der Ostküste Südamerikas. Gemeinsam mit dem in Paris zurückgebliebenen Jean Picard wollte er durch Parallaxenmessungen bei der anstehenden Mars-Opposition die Entfernung zwischen Sonne und Erde bestimmen. Bekannt wurde Richer jedoch durch seine Entdeckung, dass die mitgeführte Pendeluhr (Abb. 1) in Cayenne um etwa 2 min/Tag nachging [1].



Abb. 1: Richer in Cayenne – Im Hintergrund an der Wand die Pendeluhr (aus [1])

Heute wissen wir sicher, dass diese Beobachtung auf die Breitengradabhängigkeit der Erdbeschleunigung  $g$  zurückzuführen ist. Die Erdbeschleunigung ist in Cayenne mit  $g_{Ca}(4,9^\circ) = 9,781 \text{ m/s}^2$  um  $0,03 \text{ m/s}^2$  geringer als die in Paris mit  $g_{Pa}(48,8^\circ) = 9,811 \text{ m/s}^2$ . Auf das Uhrpendel wirkt daher bei konstanter Pendelmasse in Cayenne eine kleinere rücktreibende Kraft als in Paris. Die geringere Beschleunigung in Cayenne ergibt eine größere Schwingungsdauer. Da der Sekundenzeiger immer erst nach einer kompletten Schwingung eine Sekunde mehr anzeigt, geht die Pendeluhr in Cayenne nach. Ein mathematisches Pendel mit der Schwingungsdauer

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{und} \quad \frac{T_{Ca}}{T_{Pa}} = \sqrt{\frac{g_{Pa}}{g_{Ca}}} = 1,00133$$

ergibt in Übereinstimmung mit Richers Angabe einen Gangfehler von  $115 \text{ s/Tag} \approx 2 \text{ min/Tag}$ .

Doch was sind die Ursachen der Breitengradabhängigkeit? Wie kann eine ausreichend genaue Messung mit einem Fadenpendel und einfachen Schulmitteln durchgeführt werden. Wie kann damit die Breitengradabhängigkeit gemessen werden? Im folgenden

- werden dazu Erfahrungen zur Konstruktion eines geeigneten Fadenpendels und Tips zur Messung der relevanten Größen gegeben,
- wird erklärt, warum es gar nicht so einfach ist im mathematischen Pendelmodell gute  $g$ -Werte zu erhalten,
- wird dargestellt, wie man - ohne wie Richer reisen zu müssen - mit einem über das Internet ferngesteuerten Experiment, einem Remotely Controlled Laboratory (RCL), die Erdbeschleunigung an einem (fast) beliebigen Ort auf der Erde vom Physiksaal oder von zu Hause aus messen kann,
- werden Einsatzmöglichkeiten des RCLs "Weltpendel" angegeben.

## 2 Ursachen und Modelle für die Breitengradabhängigkeit

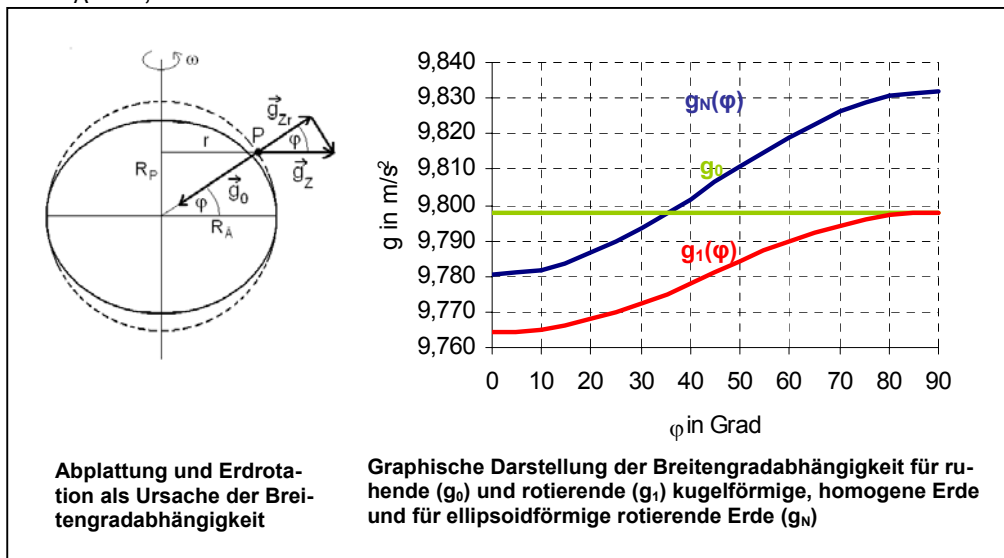
Das einfachste geophysikalische Modell zur  $g$ -Bestimmung ist das einer nicht rotierenden, kugelförmigen, homogenen Erde (Abb. 2). Wählt man als Erdradius  $R_E$  den Äqua-

torradius  $R_{\text{Ä}}$ , so erhält man mit konstantem  $g_0 = \gamma m_E / R_E^2 = 9,798 \text{ m/s}^2$  keine Breitengradabhängigkeit von  $g$ .

In einem verbesserten Modell einer zusätzlich rotierenden Erde ( $\omega = 7,292115 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$ ) bewegen sich alle Körper der Erdoberfläche auf Kreisbahnen. Im mitrotierenden Bezugssystem tritt im Punkt P nun zusätzlich zur Gravitationsbeschleunigung  $g_0$  die axial wirkende breitengradabhängige Zentrifugalbeschleunigung  $g_Z = \omega^2 r = \omega^2 R_E \cos \varphi$  auf. Der radiale Zentrifugalbeschleunigungsanteil  $g_{Zr} = g_Z \cos \varphi$  verringert die Gravitationsbeschleunigung  $g_0$  [2]:

$$g_1(\varphi) = g_0 - g_{Zr} = \frac{\gamma m_E}{R_E^2} - \omega^2 R_E \cos^2 \varphi$$

Danach schwankt die Erdbeschleunigung zwischen dem Äquator und den Polen für  $R_E = R_{\text{Ä}}$  um  $\omega^2 R_{\text{Ä}} = 0,034 \text{ m/s}^2$ .



**Abb. 2: Modelle für die Breitengradabhängigkeit**

Tatsächlich ist die gemessene Differenz wegen der Erdabplattung größer. Der Äquatorradius  $R_{\text{Ä}} = 6378,137000 \text{ km}$  ist um ca. 21 km größer als der Polradius  $R_P = 6356,752315 \text{ km}$  (0,34 %). Die Form der Erde wird besser durch einen Rotationsellipsoiden angenähert. Da die Erdmasse nun nicht mehr als im Erdmittelpunkt konzentriert angenommen werden kann, kommt zum dynamischen Anteil der Breitengradabhängigkeit ein statischer ( $\omega = 0$ ) hinzu und  $g_0$  wird breitengradabhängig. Leider kann nicht einmal qualitativ die Zunahme der Gravitationskraft zwischen dem Äquator und den Polen elementar erklärt werden: An den Polen ist der Abstand zum Erdmittelpunkt zwar geringer, aber am Äquator erzeugen die Wülste eine zusätzliche Anziehungskraft. Im derzeit professionellsten auf der Grundlage des World Geodetic System von 1984 (WGS 84) entwickelten Modell zur theoretischen  $g$ -Bestimmung wird der statische Anteil durch Annahme einer Erddichteverteilung und Berechnung über Volumenintegrale in der Normalschwereformel berücksichtigt [3]:

$$g_N(\varphi) = 9,780326772 \cdot [1 + 0,00530233 \cdot \sin^2 \varphi - 0,00000589 \cdot \sin^2(2\varphi)]$$

Die Erdbeschleunigung wächst danach zwischen dem Äquator und den Polen um  $0,052 \text{ m/s}^2$  oder 0,5 % (Abb. 2). Die Zunahme beträgt in Äquatornähe ( $0^\circ - 30^\circ$ ) und Polnähe ( $60^\circ - 90^\circ$ ) nur ca.  $0,01 \text{ m/s}^2$ , in den mittleren Breiten ( $30^\circ - 60^\circ$ ) dagegen  $0,03 \text{ m/s}^2$  mit einer fast konstanten Steigung von ca.  $0,01 \text{ m/s}^2$  pro  $10^\circ$ . Unberücksichtigt bleiben in der Normalschwereformel drei Effekte:

- Die zeitunabhängige Höhenabhängigkeit von  $g$  aufgrund der Abstandsabhängigkeit der Gravitationskraft. Diese kann durch die lineare Näherung

$$g_0(h) = \frac{\gamma m_E}{(R_E + h)^2} \approx \frac{\gamma m_E}{R_E^2} \left( 1 - 2 \frac{h}{R_E} \right) = g_0 - \frac{\Delta g}{\Delta h} \cdot h$$

für  $h \ll R_E = R_A$  mit  $\Delta g/\Delta h \approx 3 \mu\text{m}/(\text{s}^2\text{m})$  abgeschätzt werden. Für die Mehrzahl möglicher Messorte mit Höhen bis 2000 m variiert  $g$  um maximal etwa  $0,006 \text{ m/s}^2$  in der dritten Nachkommastelle. Für höhere Anforderungen in der Geodäsie wird mit der höhenkorrigierten Normalschwereformel  $g_N(\varphi, h)$  gearbeitet [4].

- Die zeitunabhängigen örtlichen Abweichungen von der Normalschwere (Anomalien) um maximal  $2 \mu\text{m/s}^2$  [4].
- Der zeitabhängige Einfluß der Gezeiten mit Abweichungen zwischen  $1 \mu\text{m/s}^2$  bei Nippflut und  $3 \mu\text{m/s}^2$  bei Springflut [5].

Wie der Verlauf von  $g_N(\varphi)$  zeigt, muss zur Messung der Breitengradabhängigkeit  $g$  mindestens auf  $0,01 \text{ m/s}^2$  genau gemessen werden. Wegen der vielen in die  $g$ -Messung eingehenden Größen und Abhängigkeiten und den damit einhergehenden vielfältigen Möglichkeiten zur Aufhebung von Messfehlern kann der Gesamtmessfehler nur schwer und unrealistisch mit einer Fehlerfortpflanzung abgeschätzt werden. Man ist auf den Vergleich mit der auf mindestens  $0,001 \text{ m/s}^2$  genauen höhenkorrigierten Normalschwereformel angewiesen. Breitengrad  $\varphi$  und Höhe  $h$  des Messortes können dazu den Veröffentlichungen der Landesvermessungsämter entnommen oder mit einem GPS-Empfänger bestimmt werden.

### 3 Fadenpendelmodelle zur $g$ -Bestimmung

Für Relativmessungen der Erdbeschleunigung werden feinmechanische, als Gravimeter bezeichnete Präzisionsgeräte verwendet. Nach dem Prinzip der Federwaage wird die Schwerkraft durch eine lineare Federkraft oder zur Steigerung der Messempfindlichkeit durch eine nichtlineare (astasierte) Balken-Federkraft-Anordnung kompensiert. Für Absolutmessungen wird die Abhängigkeit der Fallbewegung von der Erdbeschleunigung in der Pendel-, Senkrechtwurf- und Freifallmethode genutzt [5, 6].

Die für ein Fadenpendel relevanten Größen zur  $g$ -Bestimmung nach der Pendelmethode sind Abb. 3 zu entnehmen. Als Pendelmodelle stehen das mathematische, das physikalische und das reale Pendel zur Verfügung (Tab. 1) [7]. Sie werden danach unterschieden ob die Pendelmasse als punktförmig angenommen wird ( $J_A = m_k l_K^2$ ) und ob zusätzlich zur Gewichtskraft auch die Reibungs- und die Auftriebskraft berücksichtigt wird ( $F_R \neq 0, F_A \neq 0$ ).

Die mit den Indizes M, P und R versehenen Formeln zur  $g$ -Bestimmung im gewählten Pendelmodell enthalten natürlich um so mehr Größen je realitätsnäher das Pendelmodell ist:

- Beim mathematischen und physikalischen Pendel wird zwischen dem harmonischen und dem anharmonischen Fall unterschieden. Wegen der Kraft-Näherung  $mgsin\alpha \approx$

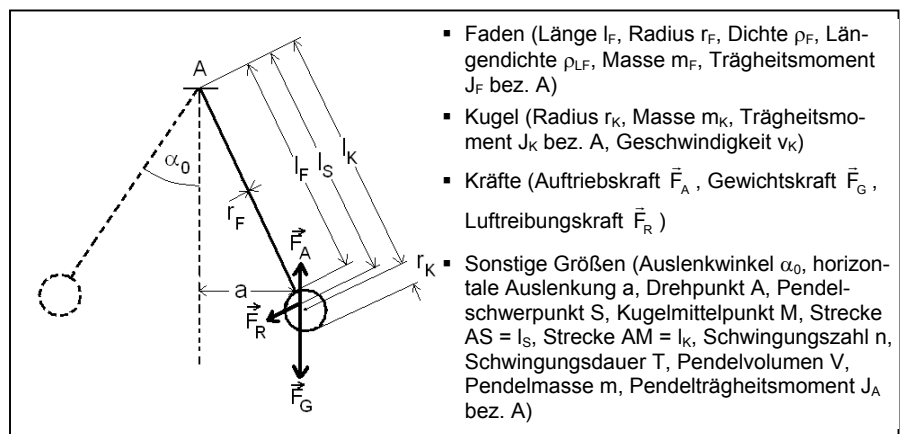


Abb. 3: Größen eines Fadenpendels

$mga$  und  $mgs\sin\alpha < mga$  wird im harmonischen Fall die Schwingungsdauer um den amplitudenabhängigen Faktor  $k > 1$  zu klein bestimmt. Bleibt die Anharmonizität der Pendelschwingung unberücksichtigt, muss  $\alpha_0 < 5^\circ$  ( $k < 1,0005$ ) für  $\Delta g < 0,01 \text{ m/s}^2$  sein.

- Beim physikalischen Pendel wird die Schwingungsdauer wegen der nicht mehr punktförmig angenommenen Masseverteilung massenabhängig. Das Gesamtträgheitsmoment  $J_A$  ergibt sich aus der Summe der nach dem Satz von Steiner berechneten Einzelträgheitsmomente des zylinderförmigen Fadens und der angehängten Kugel [8]. Der Pendelschwerpunkt kann aus der bekannten Lage der Einzelschwerpunkte berechnet werden.

Pendelmodell	g-Bestimmung
<b>Mathematisches Pendel</b> $J_A = m_K l_K^2$ $F_A = F_R = 0$	$k = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{\alpha_0}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \sin^4 \frac{\alpha_0}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \sin^6 \frac{\alpha_0}{2} + \dots$ $T = 2\pi \sqrt{\frac{l_K}{g_{M,k}}} \cdot k \Leftrightarrow g_{M,k} = \frac{4\pi^2 l_K}{T^2} \cdot k^2$
<b>Physikalisches Pendel</b> $J_A \neq m_K l_K^2$ $F_A = F_R = 0$	$J_A = \frac{m_F l_F^2}{3} + m_K l_K^2 + \frac{2}{5} m_K r_K^2 \quad l_s = \frac{m_K l_K + m_F \left(\frac{l_F}{2}\right)}{m_K + m_F}$ $T = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{m g_{P,k} l_s}} \cdot k \Leftrightarrow g_{P,k} = \frac{4\pi^2 J_A}{T^2 m l_s} \cdot k^2$
<b>Reales Pendel</b> $J_A \neq m_K l_K^2$ $F_A \neq 0, F_R \neq 0$	$\alpha(t) = \alpha_0 e^{-\delta t} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \quad \text{mit} \quad \delta = \frac{c_s l_s}{2J_A}$ $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{(m - \rho_L V) g_{R,1} l_s}{J_A} - \delta^2 \Leftrightarrow g_{R,1} = \frac{\left(\frac{4\pi^2}{T^2} + \delta^2\right) J_A}{(m - \rho_L V) l_s}$

Tab. 1: Pendelmodelle zur g-Bestimmung

Beim realen Pendel wurde wegen des mathematischen Aufwands nur der harmonische Fall mit dem Reibungskraftansatz  $F_{RS} = c_s v_K$  nach Stokes betrachtet. Obwohl typische Reynoldszahlen für das Fadenpendel sehr viel größer als eins sind und damit turbulente Strömungen auftreten, ist der lineare Ansatz gerechtfertigt: Modellierungen des realen gedämpften Pendels mit einem Modellbildungsprogramm ergeben für geeignete Konstanten  $c_s$  und  $c_n$  aus  $F_{RN} = c_n \cdot v_K^2$  für die Newtonsche Reibung den gleichen Dämpfungsverlauf.

Eine Berücksichtigung der sehr geringen Auftriebs- als auch der Reibungskraft führt zu einem gegenüber dem  $g_P$ -Wert vergrößerten  $g_R$ -Wert: Die Auftriebskraft verringert die rücktreibende Kraft und vergrößert die Schwingungsdauer. Ebenso vergrößert die Reibungskraft wegen der Dämpfungsverstimmung die Schwingungsdauer. Die Dämpfungskonstante  $\delta = \ln[\alpha(t=0)/\alpha(t=nT)]/(nT)$  kann über die Auslenkwinkel aus den horizontalen Auslenkungen  $a$  (vgl. Abb. 3) bestimmt werden.

#### 4 Konstruktions- und Messtipps, g-Messungen

Für eine g-Bestimmung auf  $0,01 \text{ m/s}^2$  (0,1 %) ist Folgendes zu beachten:

- Zur guten Realisierung des geometrischen Pendelmodells aus zylindrischem Faden und Kugel ist der Draht in ein gebohrtes Kugeloch einzulöten (Abb 4a).
- Eine Einspannung des Fadens zwischen zwei Backen führt zu Messfehlern von mehr als  $0,01 \text{ m/s}^2$ , da durch die Biegesteifigkeit des Drahtes der Pendeldrehpunkt A unterhalb des Einspannpunktes liegt. Die verkürzte Drahtlänge ergibt zu große g-Werte. Der Effekt lässt sich vermeiden, indem der Pendeldraht auf einen Stahlstift rutschfest aufgewickelt und in eine Gabel eingehängt wird (Abb. 4b).
- Die statische Fadenbelastung durch das Kugelgewicht führt für Metalldrähte zu Längenänderungen im mm-Bereich. Sie müssen durch Fadenlängenmessung bei angehängter Kugel berücksichtigt werden. Dynamische Fadenbelastungen durch die Zentrifugalkraft führen zu Längenänderungen im nm-Bereich und können für die g-Messung vernachlässigt werden.

- Die Fadenlänge  $l_F$  kann nach Glattziehen des Drahtes mit den Fingern durch Aufsetzen des Hakens eines Taschenstahlmaßbandes auf die Kugel und Durchführung des Massbandes an der Aufhängung auf 0,5 mm (ca. 0,02 %) genau bestimmt werden (Abb. 4c).

- Temperaturschwankungen von weniger als  $10^\circ$  ergeben für typische metallische Drähte  $g$ -Änderungen in der 3. Nachkommastelle von  $g$ . Diese können entweder vernachlässigt, einberechnet oder durch konstante Raumtemperatur vermieden werden. Das Nachgehen von Richers Pendeluhr hätte durchaus auch eine Folge der höheren Temperaturen in Cayenne sein können, denn eine größere Pendellänge führt ebenso wie ein kleineres  $g$  zu einer größeren Schwingungsdauer. Weiterhin liegt Cayenne fast am Äquator und die Erfindungen des Kompensationspendels durch Graham 1721 [9] und von Invar durch Guillaume 1896 [10] lagen noch in der Zukunft. Die Rechnung ergibt im mathematischen Pendelmodell für konstantes  $g_{Pa}$ ,  $l_K = 1$  m (Abschätzung nach Abb. 1), Temperaturdifferenz  $\Delta t = 20^\circ$  und Wärmeausdehnungskoeffizient  $\alpha_F = 1,5 \cdot 10^{-5}/K$  für Stahl einen Gangfehler von 26 s/Tag. Ein Teil des Gangfehlers hätte also sicherlich auf den Temperaturunterschied zwischen Paris und Cayenne zurückgeführt werden können.

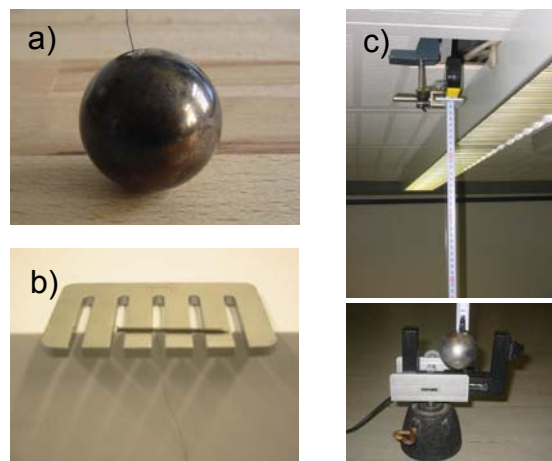
In Tab. 2 sind zwei in Kaiserslautern durchgeführte Messungen dokumentiert. Die Messung 1 mit kleiner Amplitude ohne erkennbare Dämpfung, die Messung 2 mit großer Amplitude und messbarer Dämpfung:

Vor der Messung werden die Größen  $\rho_{LF}$ ,  $r_F$ ,  $r_K$ ,  $m_K$  und  $l_F$  mit Analysewaage, Taschenstahlmaßband und Mikrometerschraube bestimmt. Während der Messung müssen die Schwingungszahl  $n$ , die Zeitdauer  $nT$  für  $n$  Schwingungen mit einer Lichtschranke (vgl. Abb. 4c) und die horizontale Auslenkung  $a$  gemessen werden. Für die  $k$ -Berechnung wird der Mittelwert der aus  $a(t = 0)$  und  $a(t = nT)$  errechneten Winkel verwendet.

Im untersten Abschnitt der Tabelle sind die in den verschiedenen Pendelmodellen berechneten  $g$ -Werte für den harmonischen ( $k = 1$ ) und den anharmonischen Fall ( $k > 1$ ) angegeben. Näherungsweise wurde für das anharmonische reale Pendel in Analogie zu den anderen Pendelmodellen die Beziehung  $g_{R,k} = g_{R,1}k^2$  verwendet. Wie der Vergleich zwischen  $g_{R,k}$  und  $g_N(\varphi, h)$  zeigt, liegen die Abweichungen von  $\approx 0,003 \text{ m/s}^2$  bzw.  $\approx 0,002 \text{ m/s}^2$  innerhalb der geforderten Messgenauigkeit von  $0,01 \text{ m/s}^2$ .

## 5 Elementarisierung durch Pendeldesign

Eine  $g$ -Bestimmung in einem physikalischen Fadenpendelmodell mit masselosem Faden führt bei gleichen



**Abb. 4: Einzellöteteter Pendeldraht (a), drehbare Aufhängung (b) und Längenmessung des Fadens mit Taschenstahlmaßband (c)**

Größe	Messung 1	Messung 2
Ort	Kaiserslautern	Kaiserslautern
$\varphi$ in Grad	49,4	49,4
$h$ in m	270	270
$\rho_{LF}$ in g/m	0,0002825	0,0002825
$r_F$ in mm	0,1	0,1
$r_K$ in cm	2,0	2,0
$m_K$ in g	260,54	260,54
$l_F$ in m	2,705	2,705
$n$	20	100
$nT$ in s	66,2119	331,4539
$a(t = 0)$ in cm	3,0	38,3
$a(t = nT)$ in cm	3,0	29,0
$k$	1,0000076	1,000944
$\delta$ in 1/s	0	0,00084
$T$ in s	3,31059	3,31454
$g_{M,1}$ in $\text{m/s}^2$	9,8155	9,7922
$g_{M,k}$ in $\text{m/s}^2$	9,8157	9,8107
$g_{P,1}$ in $\text{m/s}^2$	9,8109	9,7876
$g_{P,k}$ in $\text{m/s}^2$	9,8111	9,8061
$g_{R,1}$ in $\text{m/s}^2$	9,8126	9,7892
$g_{R,k}$ in $\text{m/s}^2$	9,8127	9,8077
$g_N(\varphi, h)$ in $\text{m/s}^2$	9,8099	9,8099

**Tab. 2:  $g$ -Messungen**

Auslenkungen immer zu größeren  $g$ -Werten als im mathematischen Pendelmodell, da  $J_A/(ml_S) = J_K/(m_K l_K) > l_K$  ist. Der relative Fehler  $f = (g_M - g_P)/g_P$  ist stets negativ (Abb. 5). Bei Berücksichtigung der Fadenmasse hängt  $f$  zusätzlich von den Fadendaten und dem Kugelradius ab. Wie das zur Messung verwendete Pendel (vgl. Tab. 2) zeigt, wird mit  $r_K$  als unabhängig gewählter Variable der Fehler für einen Kugelradius von 3,7 cm Null. Allerdings wiegt eine solche Stahlkugel 1,67 kg und erzeugt eine Fadenspannung von ca. 520 N/mm<sup>2</sup>. Die Streckgrenze wie auch die Zugfestigkeit eines Konstantandrahtes werden bei weitem überschritten.

Die Möglichkeiten durch Wahl einer kleineren Dichte, eines kleineren Radius und einer kleineren Länge des Drahtes sowie einer höheren Dichte der Kugel die Nullstelle merklich in Richtung kleinerer Kugelradien zu verschieben scheidet der Reihe nach aus: Als Drahtmaterial muss aus Stabilitätsgründen ein Metall verwendet werden, ein dünnerer Draht reißt bereits bei kleineren Belastungen, der statistische Längenmessfehler nimmt zu und Blei als unmagnetisches Kugelmateriale scheidet im Hinblick auf das RCL aus. Als Lösungsmöglichkeit bieten sich Cr/Ni/Mo-Stahldrähte mit Streckgrenzen über 600 N/mm<sup>2</sup> an.

Die "gefühlsmäßige" Herstellung eines möglichst dem mathematischen Pendelmodell nahekommenden Fadenpendels ist also nicht ganz unproblematisch, wie auch bisherige schulische Messungen zeigen. Durch die Bestimmung des Kugelradius lässt sich der Fehler zumindest minimieren oder bei Verwendung einer ausreichend großen Kugel sogar ausschalten.

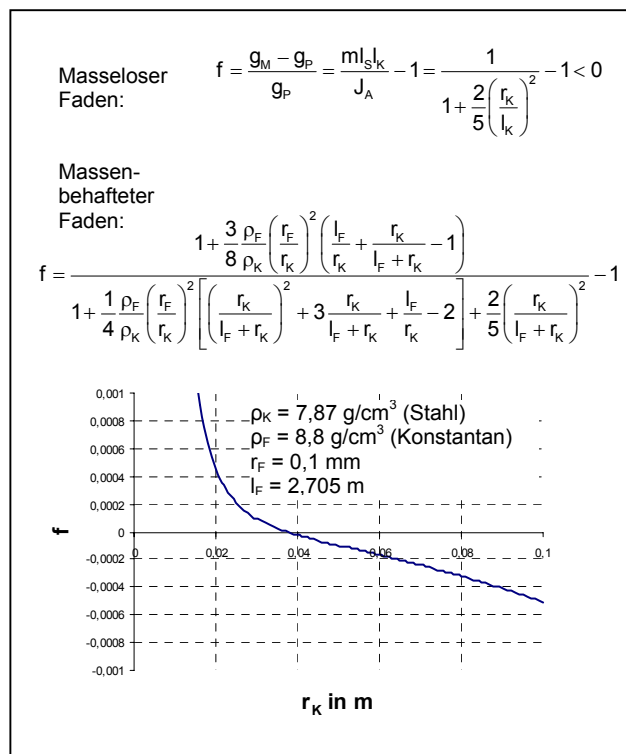


Abb. 5: Relativer Fehler  $f$  von  $g_M$  bezogen auf  $g_P$

## 6 RCL "Weltpendel"

Mit einem Remote Controlled Laboratory (RCL) kann ein Nutzer (Client) am Ort A über das Internet und einen Webserver ein am Ort B befindliches Experiment durchführen (Abb. 6). Zur Steuerung des Experiments und für Messungen wird zwischen Webserver und Experiment ein Interface eingesetzt. Eine Webcam erlaubt dem Nutzer das Experiment in Echtzeit zu verfolgen [11, 12, 13].

Für die Durchführung einer  $g$ -Messung muss der Nutzer das ruhende Pendel ferngesteuert auslenken können (Abb. 7): Per Mausklick zieht ein Elektromagnet die Kugel um das Stück  $a_{\min}$  bis zu einem Anschlag aus der Ruhelage heraus. Über einen beweglichen Schlitten können dann beliebige  $a$ -Werte zwischen  $a_{\min}$  und  $a_{\max}$  (vgl. Abb. 3) eingestellt, an einer Skala abgelesen und der Elektromagnet zum Loslassen der Kugel abgeschaltet werden. Danach kann der Nutzer zu einem von ihm gewählten Zeitpunkt die Zeitmessung

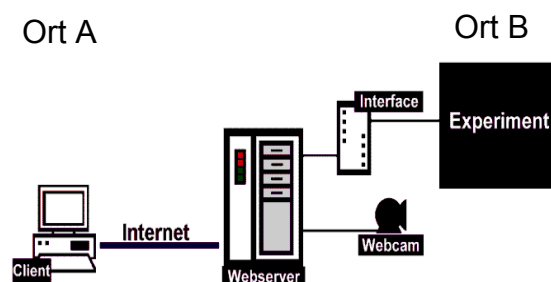


Abb. 6: RCL-Prinzip



Abb. 7: Vorversuche zum Startmechanismus des Weltpendels



mit einer Lichtschranke starten und stoppen. Die Zeit nach  $n$  durch den Nutzer gezählten Schwingungen wird auf einem über die Webcam einsehbaren Display angezeigt.

## 7 Einsatzmöglichkeiten

Es wird angestrebt, mit der RCL-Technologie ein Netzwerk aus ca. 5 möglichst gut über die Breitengrade verteilten Fadenpendeln zur Messung der Breitengradabhängigkeit von  $g$  aufzubauen (Weltpendel). Von einem beliebigen Ort auf der Erde aus können dann Nutzer  $g$ -Messungen an den verschiedenen Pendelstandorten ausführen. Das Internet bietet damit die Möglichkeit der kooperativen Erfassung eines globalen Phänomens:

Jeder Nutzer kann seine gemessenen  $g$ -Werte in eine Tabelle auf der Webseite eintragen. Zum Vergleich zwischen Theorie und Experiment können dann die Messwerte zusammen mit dem einblendbaren Graphen der Normalschwereformel in einem Diagramm auf der Webseite dargestellt werden. Im Laufe der Zeit sollte so eine um die theoretische Kurve herum liegende Messpunktwolke entstehen. Zusätzlich können die  $g$ -Mittelwerte der Standorte eingeblendet werden.

Aus den dargestellten physikalischen Inhalten ergeben sich hinsichtlich der Zielgruppe zwei Versionen des RCL "Weltpendel":

- eine Schulversion, in der  $g$  aufgrund des Pendeldesigns mit der Schwingungsdauerformel des mathematischen Pendels bei kleinen Amplituden auf  $0,01 \text{ m/s}^2$  genau bestimmt werden kann. Zusätzlich kann für große Anfangsamplituden die Dämpfung des Fadenpendels untersucht werden.
- eine Hochschulversion, in der  $g$  zusätzlich im physikalischen und realen Pendelmodell auch bei großen Amplituden bestimmt werden kann.

Mit dem Weltpendel haben sowohl Schüler wie Studenten die Möglichkeit ein interessantes und vielleicht auch ihnen noch unbekanntes globales Phänomen zu erforschen. Offen bleibt wie und an welchen Stellen des Unterrichts oder des Studiums die Messung und das Verständnis der Breitengradabhängigkeit von  $g$  thematisiert werden. Zu bedenken ist, dass dazu Kenntnisse aus mehreren Themen der Mechanik notwendig sind.

## Literatur

1. Kertz, W., Glaßmeier, K.-H. & Kertz, R. (Hrsg.) (2002): Biographisches Lexikon zur Geschichte der Geophysik. Braunschweigische Wissenschaftliche Gesellschaft, <http://www.geophys.tu-bs.de/geschichte/index1.html>.
2. Gobrecht, H. (1974): Bergmann-Schaefer – Lehrbuch der Experimentalphysik, Band I, Mechanik, Akustik, Wärme. Berlin & New York: Walter de Gruyter, 210-212.
3. Klingelé, E. & Hollenstein, C. (2005): Gravimetrie. Internetdokument: [http://www.earthquake.ethz.ch/education/feldkurs/grav\\_skript](http://www.earthquake.ethz.ch/education/feldkurs/grav_skript), S. 4.
4. Wikipedia: Erdbeschleunigung. Internetdokument <http://de.wikipedia.org/wiki/Erdbeschleunigung>.
5. Graf, A. (1967): Gravimetrische Instrumente und Messmethoden. Handbuch der Vermessungskunde, Band Va. Stuttgart: Metzlersche Verlagsbuchhandlung, S. 101, 230.

6. Schwarz, O. & Walther, A. (2005): Die Bestimmung der Ortsveränderlichkeit der Fallbeschleunigung mit Schulmitteln. Frühjahrstagung der DPG in Berlin, Tagungs-CD Didaktik der Physik.
  7. Walcher, W. (1985): Praktikum der Physik. Stuttgart: Teubner, S. 83-89.
  8. Gerthsen, C., Kneser, H. O. & Vogel, H. (1982): Physik. Berlin, Heidelberg & New York: Springer, S. 66.
  9. Übersicht Geschichte der Zeitmessung. Internetdokument: <http://www.die-uhrmacher.de/inhalte/geschichte/index.html>.
  10. Wikipedia: Invar. Internetdokument <http://de.wikipedia.org/wiki/Invar>.
  11. Altherr, S., Vetter, M., Eckert, B. & Jodl H.-J. (2005): Experimentieren aus der Ferne – Ferngesteuertes Labor im Internet (Remotely Controlled Laboratory – RCL). PdN-PhiS 6/54, 40-46.
  12. Eckert, B., Vetter, M., & Jodl H.-J. (2006): Neues vom Remote Controlled Lab (RCL), Frühjahrstagung der DPG in Berlin, Tagungs-CD Didaktik der Physik.
  13. Jodl, H. J.: RCL-Portal. Internetdokument <http://rcl.physik.uni-kl.de/>.
- 

## Kurzfassung

### **Das Weltpendel – Ein Remotely Controlled Laboratory (RCL) zur Messung der Breitengradabhängigkeit der Erdbeschleunigung**

*S. Gröber, M. Vetter, B. Eckert, H.-J. Jodl*

In dem Artikel wird dargestellt wie sich mit einem einfachen und über das Internet fernbedienbaren Fadenpendel die Breitengradabhängigkeit der Erdbeschleunigung auf  $0,01 \text{ m/s}^2$  genau messen lässt. Im theoretischen Teil werden die Ursachen der Breitengradabhängigkeit erklärt und die bekannte rechnerische Behandlung der Fadenpendelschwingung mit dem Ziel der  $g$ -Bestimmung zusammenfassend dargestellt. Im praktischen Teil werden Tips zur Realisierung einer geeigneten Schwingungsanordnung und zur ausreichend genauen Messung der Größen gegeben. Weiterhin erfährt der Leser wie ein physikalisches Pendel dimensioniert werden muss, um auch bei  $g$ -Bestimmung mit der Schwingungsdauerformel des mathematischen Pendels keinen Fehler zu machen. Schließlich wird die Gestaltung des als RCL ausgeführten Fadenpendels beschrieben und Einsatzmöglichkeiten aufgezeigt.